

gramas unitarios de duración D horas (y por tanto intensidad $1/D$ mm/h) desplazados D horas según se muestra en la Figura 3.10.

Una vez obtenido el hidrograma en S (a partir del hidrograma unitario de cualquier duración) es sencillo obtener el hidrograma unitario de otra duración D' para lo cual basta superponer el efecto de dos hidrogramas netos de intensidad unitaria y duración indefinidos, siendo el segundo de intensidad negativa y desplazado D' respecto al primero de modo que para $t > D'$ la intensidad resultante sea nula. El hidrograma resultante será:

$$H(t) = S(t) - S(t - D') \quad (3.17)$$

que no tendrá volumen unidad puesto que la magnitud unitaria era la intensidad, por lo que la expresión del hidrograma unitario será finalmente:

$$U(t) = \frac{S(t) - S(t - D')}{D'}$$

según se muestra en la Figura 3.11.

El método del hidrograma unitario suele admitirse como válido para cuencas con superficie inferior a los 2000 - 2500 Km² para asegurar un reparto suficientemente uniforme de la

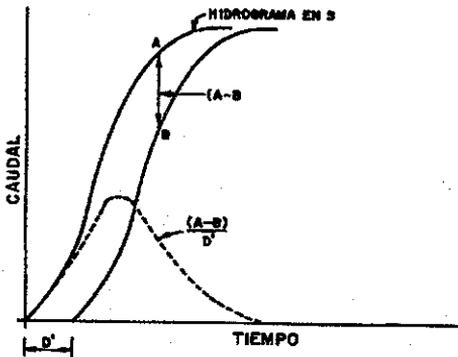


Fig. 3.11.-Variación de la duración mediante el hidrograma en S

lluvia. Es habitual asimismo acotar inferiormente el tamaño mínimo de la cuenca para poder seguir considerando lineal su comportamiento. Este límite es menos preciso y varía según autores en el orden de los 5 Km². (Viessman y otros, 1989)

3.3.4. Estimación directa del hidrograma unitario a partir de datos

En el caso de disponer de registros de hidrogramas e hidrogramas correspondientes a varios episodios tormentosos es posible obtener directamente el hidrograma unitario de la cuenca correspondiente a una duración D dada.

El método más directo y sencillo de estimar un hidrograma unitario es estudiar un episodio tormentoso en el que la lluvia haya sido suficientemente uniforme en el espacio y el tiempo. Una vez obtenida la correspondiente lluvia neta de duración D (descontando pérdidas) y el hidrograma de escorrentía superficial (descontando la aportación subterránea), dividiendo estos caudales por los mm de lluvia neta se obtiene el hidrograma unitario correspondiente a la duración D , según se indica en la Figura 3.12.

Esta estimación debe llevarse a cabo con varias tormentas (suele reco-

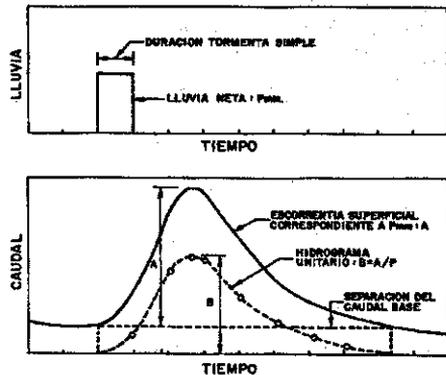


Fig. 3.12.-Obtención del hidrograma unitario a partir de una tormenta simple

mendarse un mínimo de 5 si es posible), uniformizando los valores resultantes para referirlos a una única duración de referencia D según se indicó en párrafos anteriores y obteniendo finalmente unos valores medios.

El método anterior, si bien es simple, presenta problemas de aplicación real puesto que los cambios de intensidad del hietograma del aguacero real dificultan la consideración de tormentas con lluvia neta constante. Esta dificultad lleva al empleo de los denominados métodos matriciales.

Estos métodos parten de la ecuación (3.16) que desarrollada da lugar al siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{aligned} Q(1) &= I(1) U(1) \\ Q(2) &= I(2) U(1) + I(1) U(2) \\ Q(N+M-2) &= I(N) U(M-1) \end{aligned} \quad (3.19)$$

siendo N el número de intervalos del hietograma, y M el primer valor ya nulo del hidrograma unitario. Este sistema expresado en forma matricial resulta:

$$\underline{Q} = \underline{P} \cdot \underline{U} \quad (3.20)$$

Para poder obtener U, puesto que P en general no es una matriz cuadrada será preciso multiplicar por su traspuesta y obtener la correspondiente matriz inversa según la expresión:

$$\underline{U} = [\underline{P}^T \cdot \underline{P}]^{-1} \cdot \underline{P}^T \underline{Q} \quad (3.21)$$

Este modo de operar las matrices se puede demostrar que conduce a idéntica solución de U que la resultante de minimizar las diferencias al cuadrado entre los caudales observados: Q(i) y los calculados aplicando el hidrograma unitario obtenido.

3.4. Hidrogramas unitarios sintéticos

3.4.1. Introducción

La complejidad y el gran requerimiento de datos de los métodos anteriores han conducido al empleo mucho más frecuente de hidrogramas sintéti-

cos con sólo uno o dos parámetros. Estos parámetros pueden ajustarse a los datos en cuencas aforadas, o estimarse a partir de expresiones empíricas obtenidas en cuencas experimentales mediante regresiones con características físicas de las mismas en aquellas cuencas sin registros fononómicos.

A continuación, se van a desarrollar los conceptos principales de los hidrogramas unitarios sintéticos propuestos por el Soil Conservation Service (S.C.S., 1972) con un sólo parámetro, incluyendo su versión triangular y el hidrograma de Clark (1945) con dos parámetros.

3.4.2. Hidrograma unitario del S.C.S.

Este hidrograma se basa en un hidrograma adimensional obtenido tras analizar un elevado número de hidrogramas unitarios de cuencas rurales de reducido tamaño y obtener unos valores medios. Un hidrograma adimensional es un hidrograma unitario en el cual tanto el caudal como el tiempo se expresan como cociente respecto al caudal punta (Qp) y tiempo punta (Tp) respectivamente, con lo que se elimina el efecto del tamaño de la cuenca y gran parte del efecto de la forma de dicha cuenca.

El hidrograma unitario adimensional propuesto, junto con la curva de volúmenes acumulados (también en forma adimensional) se reproduce en la Figura 3.13 y se encuentra tabulado en la Tabla 3.4.

Esto conduce a las siguiente relaciones, asumiendo caudal en m³/s, volumen en miles de m³ y tiempo en h.

$$\frac{3}{8} V_T = \frac{1}{2} \cdot T_P \cdot Q_P \cdot 3,6 \quad (3.22)$$

$$V_T = \frac{1}{2} \cdot Q_P \cdot T_P^2 \cdot 3,6 \quad (3.23)$$

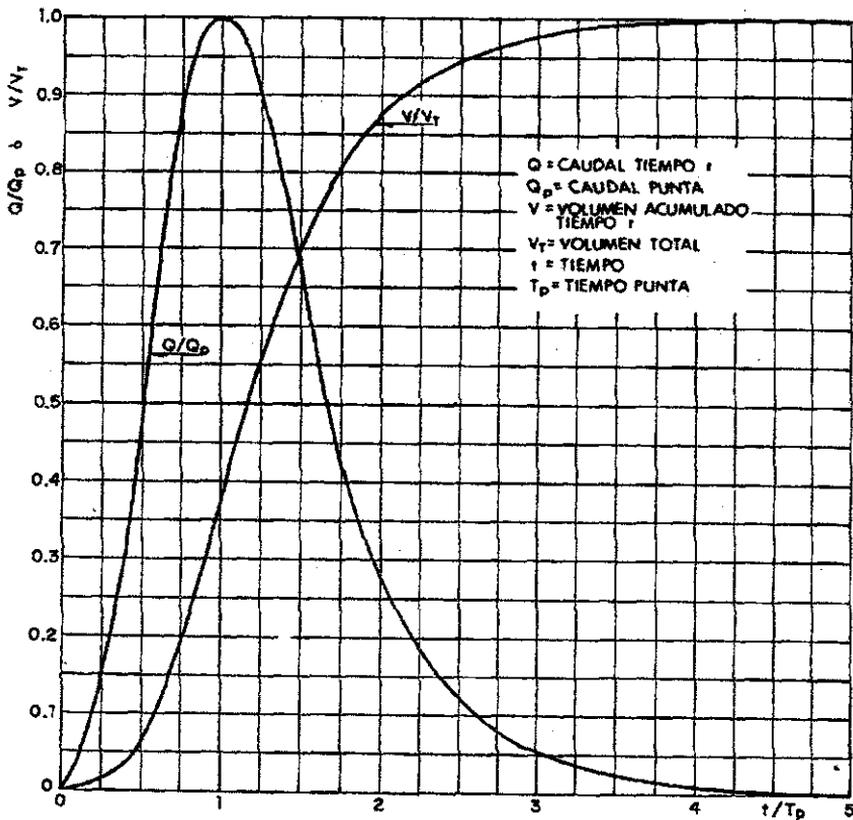


Fig. 3.13. - Hidrograma unitario adimensional del S.C.S.

que combinadas con la igualdad existente entre el volumen de escorrentía superficial y de lluvia neta unitaria sobre la cuenca de $A \text{ Km}^2$.

$$V_t = A \quad (3.24)$$

resulta en la completa definición de ambos hidrogramas unitarios en función exclusivamente del valor de T_p :

HIDROGRAMA CURVILINEO

$$Q_p = \frac{A}{4.8 T_p}$$

T_p

Es más habitual emplear como único parámetro el tiempo de desfase de la punta (T_{dp}) que permite definir los hidrogramas unitarios del S.C.S. de duración D horas (Figura 3.14) sin más que aplicar la definición de T_{dp} :

$$T_p = \frac{D}{2} + T_{dp} \quad (3.26)$$

HIDROGRAMA TRIANGULAR

$$Q_p = \frac{A}{4.8 T_p} \quad (3.25)$$

$$T_B^T = \frac{8}{3} T_p$$

Tabla 3.4.
Hidrograma unitario adicional del S.C.S.

t/T_p	Q/Q_p
0	.000
.1	.030
.2	.100
.3	.190
.4	.310
.5	.470
.6	.660
.7	.820
.8	.930
.9	.990
1.0	1.000
1.1	.990
1.2	.930
1.3	.860
1.4	.780
1.5	.680
1.6	.560
1.7	.460
1.8	.390
1.9	.330
2.0	.280
2.2	.207
2.4	.147
2.6	.107
2.8	.077
3.0	.055
3.2	.040
3.4	.029
3.6	.021
3.8	.015
4.0	.011
4.5	.005
5.0	.000

Para la obtención del parámetro T_{dp} en ausencia de datos adecuados para llevar a cabo su ajuste, el S.C.S. propone la siguiente fórmula empírica: siendo:

T_{dp} = tiempo de desfase de la punta (h)

L = longitud del cauce principal (km)

J = pendiente media del cauce principal (m/m)

CN = número de curva del S.C.S. de la cuenca vertiente, definida según la expresión (3.14)

La expresión (3.27) fue obtenida a partir del análisis de numerosas cuencas de reducido tamaño, por lo que el tipo de flujo predominante era sobre el terreno ("land-flow"). En el caso de cuencas donde predomine el flujo en cauce, esta expresión conduce a resultados inseguros y no se recomienda su empleo.

En estos casos, es aconsejable utilizar formulaciones obtenidas en cuencas de mayor tamaño, referentes numerosas veces al tiempo de concentración (T_c) y aplicar las relaciones existentes entre ambos tiempos característicos. Por ejemplo, asumiendo las relaciones (3.25), (3.26) y la definición de T_c :

$$T_c + D = T_b \quad (3.28)$$

resulta:

$$T_{dp} = \frac{3}{8} T_c - \frac{1}{8} D \quad (3.29)$$

Un último aspecto de interés, es el criterio empleado en las experiencias del S.C.S. respecto a la duración D de la lluvia empleada en la determinación del hidrograma unitario, puesto que tanto T_p como T_{dp} varían con D . El tiempo característico, no dependiente de D , empleado en las experiencias fue el tiempo transcurrido entre el final de la lluvia y el punto de inflexión del hidrograma (T_v). La relación empleada entre D y T_v fue la siguiente:

$$D = 0,133 T_v$$

La combinación de esta relación con (3.26) y la relación existente entre el punto de inflexión del hidrograma y el T_p mostrado en la Figura 3.13 ($D + T_p = 1,7 T_p$) conduce a

$$D = 0,22 T_{dp} \quad (3.3.1)$$

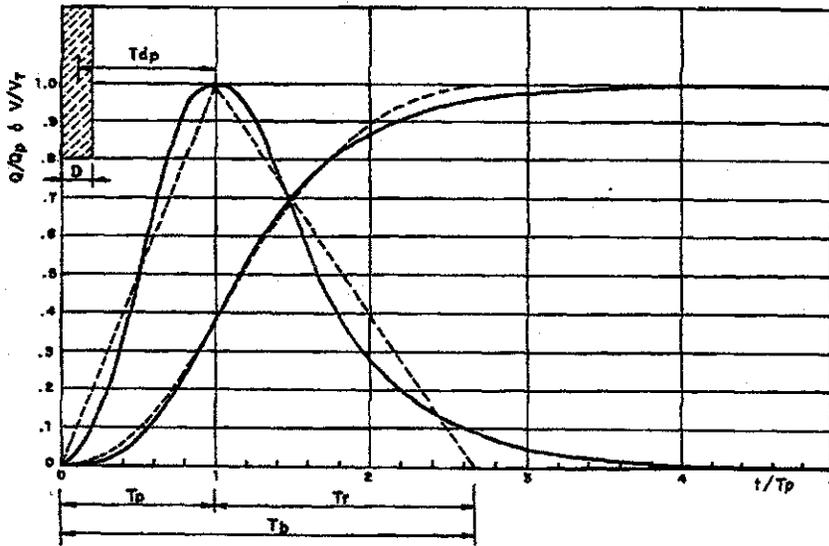


Fig. 14. -Definición de los hidrogramas unificado curvilineo y triangular del año.

que indica un valor adecuado para la discretización D del hidrograma a adoptar en la aplicación del método. Ligeras variaciones son admitidas pero se recomienda emplear valores de $D < 0.29 T_{dp}$.

3.4.3. Hidrograma unitario triangular de Témez

En el trabajo de Témez (1987) se propone un hidrograma triangular similar al propuesto por el S.C.S., pero con ciertas particularidades respecto a sus parámetros. La definición del hidrograma se lleva a cabo en función del valor del T_c por lo que se obtiene:

- T_{op} a partir de la expresión (3.29)
- T_b a partir de la expresión (3.28)
- Q_p a partir de la expresión (3.25) obteniendo el valor de T_p a partir de (3.26) y (3.29) con lo que resulta:

$$Q_p = \frac{A}{1.8 (T_c + D)} \quad (3.32)$$

Sobre estas expresiones se propone fijar el intervalo D de discretización del hidrograma en un valor del orden de $0.2 T_c$, que se considera suficientemente aproximado dada su incidencia en la expresión (3.32). Con esta hipótesis, la expresión (3.29) se reduce a:

$$T_{op} = 0.35 T_c \quad (3.34)$$

que junto con (3.28) y (3.32) definen totalmente el hidrograma unitario a partir del valor del T_c , según se resume en la Figura 3.15. En dicha figura puede asimismo observarse las relaciones existentes entre distintos tiempos característicos, tal y como se definieron en el apartado 3.3.2:

$$T_g = 0.45 T_c \quad (3.34)$$

$$T_m \cong T_g \quad (3.35)$$

La expresión propuesta para la estimación del valor del T_c , en este método

do, se basa en la expresión propuesta por el U.S. Corps of Engineers (US. ARMY, 1957):

$$T_m = 0.164 \left(\frac{L + L_c}{J^{1/2}} \right)^{0.38} \quad (3.36)$$

siendo:

T_m = tiempo mediano (h).

L = longitud del cauce principal (Km).

L_c = distancia a lo largo del cauce principal, desde el punto más próximo al centro de gravedad de la cuenca hasta el punto de desagüe (Km).

J = pendiente media del cauce principal (m/m).

Esta expresión, obtenida para cuencas con predominio del flujo en cauce ("Channel flow") ha sido contrastada en cuencas españolas con buenos resultados. La obtención del T_c a partir de (3.36) requiere la aplicación de las relaciones (3.34) y (3.35) junto con la relación experimental que muestra valores de L del orden del doble de L_c , con lo que resulta la expresión finalmente propuesta:

$$T_c = 0.3 \left(\frac{L}{J^{1/4}} \right)^{0.76} \quad (3.37)$$

Resumiendo lo anteriormente expuesto, la formulación completa del hidrograma unitario de duración D horas, se reduce a la aplicación secuencial de las expresiones (3.37), (3.32), (3.33) y (3.28), asumiendo implícitamente duraciones D del orden de $0.2 T_c$.

3.4.4. Hidrograma unitario de Clark

Hidrograma unitario instantáneo de Clark

El método de Clark utiliza el concepto de hidrograma unitario instantáneo (HUI) para definir un hidrograma unita-

rio de cuenca que no esté ligado a una determinada duración D de lluvia neta. El HUI se define como el hidrograma que resultaría si una unidad de lluvia neta se repartiera uniformemente sobre la cuenca y a lo largo de un tiempo infinitamente pequeño. Con esta definición, el cálculo del hidrograma requiere la evaluación de una expresión análoga a la (3.16) pero con variables continuas:

$$Q(t) = \int_0^t i(t-r) u(r) dr \quad (3.38)$$

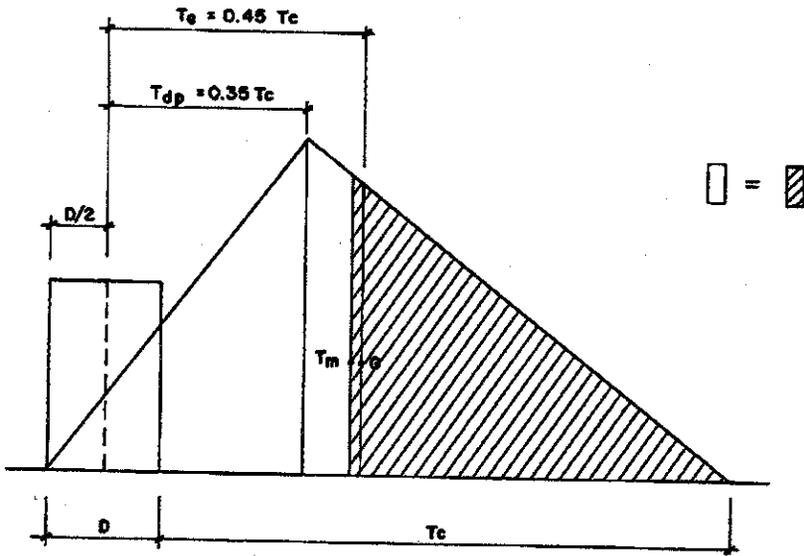
En la práctica, una vez obtenido el HUI, es más habitual utilizarlo para el cálculo del hidrograma unitario de una duración D dada y emplear directamente la expresión (3.16). Este cálculo se reduce a promediar dos HUI desfasados un intervalo D según:

$$U(t) = 0.5 [u(t) + u(t-D)] \quad (3.39)$$

La obtención del HUI de Clark se basa en la hipótesis que el caudal de desagüe de la cuenca es el resultado de una traslación del volumen neto precipitado y de una laminación por almacenamiento en la cuenca. Esta última fase de laminación es lo que diferencia este método del tradicional procedimiento de las isocronas.

La traslación de la lluvia neta desde el punto en que se genera hasta el desagüe se calcula mediante el trazado de las isocronas de la cuenca y la elaboración del histograma de escurrimiento incremental a lo largo del tiempo, según se muestra en la Figura 3.16. La cuenca está dividida en varias áreas por líneas que representan el conjunto de puntos con igual tiempo de viaje o isocronas.

La curva tiempo-área de la misma figura es una forma de hidrograma unitario instantáneo resultante de una lluvia neta unidad. Si una unidad de lluvia



$$D = 0,2 T_c$$

$$T_p = \frac{D}{2} + T_{dp}$$

$$T_{dp} = 0,36 T_c$$

$$T_b = 0,45 T_c$$

$$T_m \approx T_b$$

$$Q_p = \frac{A}{1,8 (T_c = D)}$$

Fig. 3.15.-Hidrograma unitario triangular. Temez (1987)

neta se aplica instantáneamente a la cuenca en el tiempo $t = 0$, la escorrentía superficial de la superficie A_1 sería desaguada durante el primer período de Δt con un caudal medio de A_1 uni-

dades de escorrentía por unidad de tiempo. El volumen drenado sería A_1 unidades de área multiplicadas por una unidad de lluvia neta y de forma similar, la totalidad del volumen aplicada

a la cuenca se desaguará cuando todas las subáreas hayan contribuido al hidrograma.

Este hidrograma unitario, coincidente con el obtenido por el tradicional método de las isocronas, debe transformarse para considerar el efecto de almacenamiento en la cuenca. Esta transformación consiste, en el método de Clark, en una laminación a través de un hipotético embalse lineal colocado en el desagüe de la cuenca. El conjunto de las dos operaciones: traslación y laminación en que se basa este método se resumen gráficamente en la Figura 3.17.

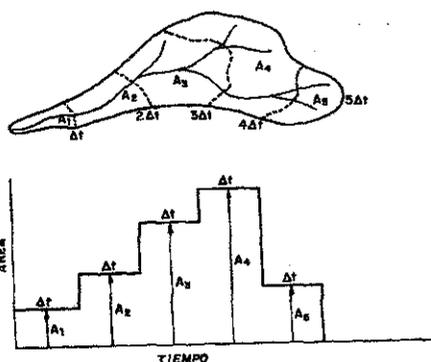


Fig. 3.16. -Traslación por isocronas de la lluvia neta en el hidrograma de Clark

La formulación del embalse lineal se basa en la conocida expresión:

$$O = \frac{1}{K} S \quad (3.40)$$

se indica que el caudal (O) con que desagua es linealmente proporcional al volumen (S) almacenado en un momento dado, siendo 1/K la constante de proporcionalidad.

El cálculo de la laminación se basa en la ecuación de continuidad que puede escribirse como:

$$I(t) - O(t) = \frac{dS(t)}{dt} \quad (3.41)$$

siendo:

I(t) : hidrograma de entrada al embalse lineal en el tiempo t

O(t) : hidrograma de salida del embalse lineal en el tiempo t

S(t) : volumen almacenado en el embalse lineal en el tiempo t

Al discretizar y expresar en diferencias finitas la ecuación anterior en el intervalo de duración Δt comprendido entre el tiempo i y el tiempo i + 1 resulta:

$$\frac{I_i + I_{i+1}}{2} - \frac{O_i + O_{i+1}}{2} = \frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta t} \quad (3.42)$$

Asumiendo la relación (3.40) y sustituyendo en (3.42) resulta:

$$O_{i+1} = C_0 O_i + C_0 I_{i+1} + C_1 O_{i+1} \quad (3.43)$$

siendo:

$$C_0 = \frac{\Delta t/K}{\Delta t/K + 2} \quad (3.44)$$

$$C_1 = \frac{2 - \Delta t/K}{\Delta t/K + 2} \quad (3.45)$$

El cálculo del HUI de Clark se reduce a resolver secuencialmente para cada incremento de tiempo la ecuación (3.43), siendo los valores de entrada al embalse lineal los obtenidos por las isocronas.

Obtención de los parámetros

El hidrograma expuesto se basa en las isocronas de la cuenca y en dos parámetros:

T_v : tiempo de viaje en horas coincidente con el empleado en la determinación de las isocronas.

K : coeficiente de almacenamiento en horas.

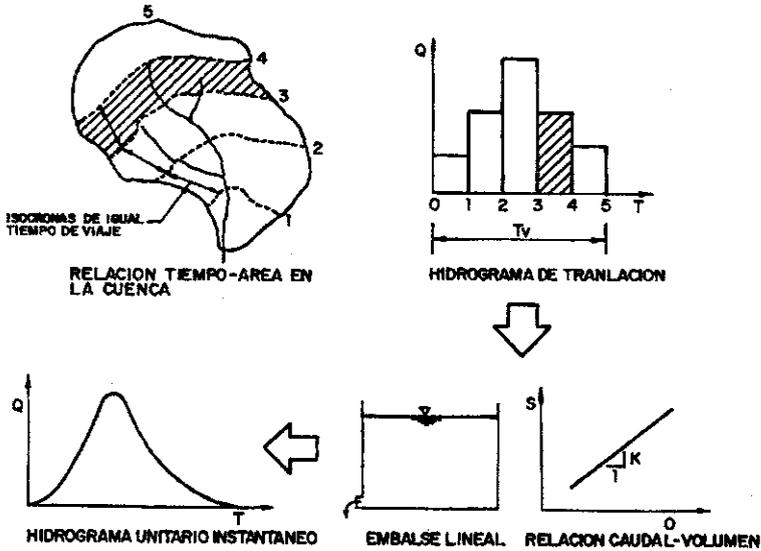


Fig. 3.17.-Esquema conceptual del Hui de Clark

Estos parámetros están relacionados directamente con la forma del hidrograma unitario considerado. En la Figura 3.18, se representa como ejemplo el hidrograma del S.C.S. ya tratado en anteriores apartados y sobre él se ha estimado el valor de los parámetros T_v y K que conducirían a análogos resultados según se expone a continuación.

El tiempo en el que se produce el punto de inflexión marca aproximadamente el instante en que el embalse lineal comienza la ley exponencial de vaciado. Esto coincide con entrada ya nulas al mismo y por tanto con el final de la contribución de la parte más alejada de la cuenca, por lo que marca el valor del tiempo de viaje: T_v .

En este punto de inflexión en el que las entradas al embalse lineal son nulas, la expresión (3.42) se simplifica pudiéndose escribir como:

$$\frac{O_i + O_{i+1}}{2} = \frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta t} \quad (3.46)$$

y sustituyendo en ella la expresión del embalse lineal (3.39) resulta:

$$K = \frac{(O_{i+1} + O_i)/2}{-[(O_i + O_{i+1})/\Delta t]} \quad (3.47)$$

Esta última expresión, indica que el valor de K puede calcularse como el cociente del caudal dividido por la pendiente media (cambiada de signo) evaluado en el punto de inflexión indicado.

Este procedimiento de estimación de los parámetros T_v y K puede utilizarse en el caso de disponer de hidrogramas observados y permite asimismo comprobar como en el caso de asumir el hidrograma del S.C.S., se está sumiendo una relación fija entre los parámetros T_v y K . En efecto según la Figura 3.18:

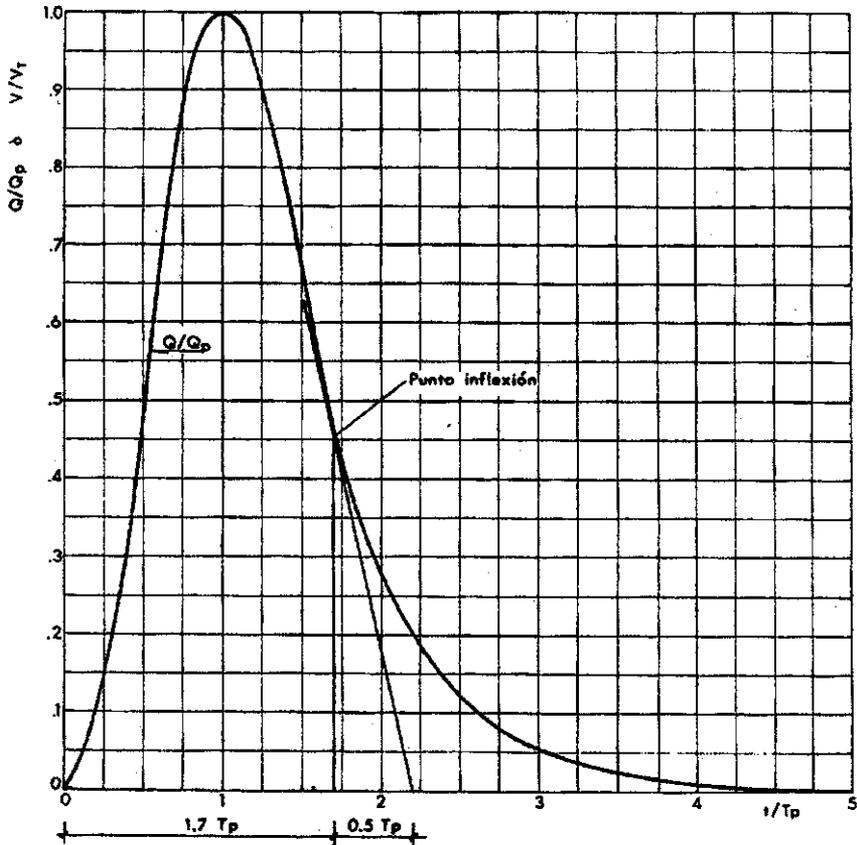
$$T_v + D = 1.7 T \quad (3.48)$$

$$K = \frac{0.45}{0.45/0.5 T_p} = 0.50 T_p \quad (3.49)$$

Esta relación, entre parámetros suele expresarse como $K/(T_v + K)$ resultando en este caso, combinando (3.48), (3.49) y (3.30):

$$\frac{K}{T_v + K} = 0.25 \quad (3.50)$$

Así pues, en el hidrograma unitario de Clark, la existencia de dos parámetros permite dejar libre la relación (3.50) y consigue una mayor flexibilidad en la reproducción de distintas respuestas de la cuenca (Hoggan, 1989) como se puede observar en la Figura 3.19, donde se han superpuesto hidrogramas de Clark con distintos valores de $K/(T_v + K)$ junto con el hidrograma del S.C.S.



$$T_v + D = 1.7 T_p$$

$$K = \frac{0.45}{0.45/0.5 T_p} = 0.5 T_p$$

Fig. 3.18.-Obtención de los parámetros del HUI de Clark en un H.U. del S.C.S.

Para la obtención del T_v en ausencia de datos se recomienda el empleo de las anteriores expresiones (3.48), (3.26) y (3.29) que en el caso de HUI con $D = 0$ conducirán a:

$$T_v = 0.64 T_c \quad (3.51)$$

empleando preferiblemente la expresión (3.37) en la evaluación del T_c .

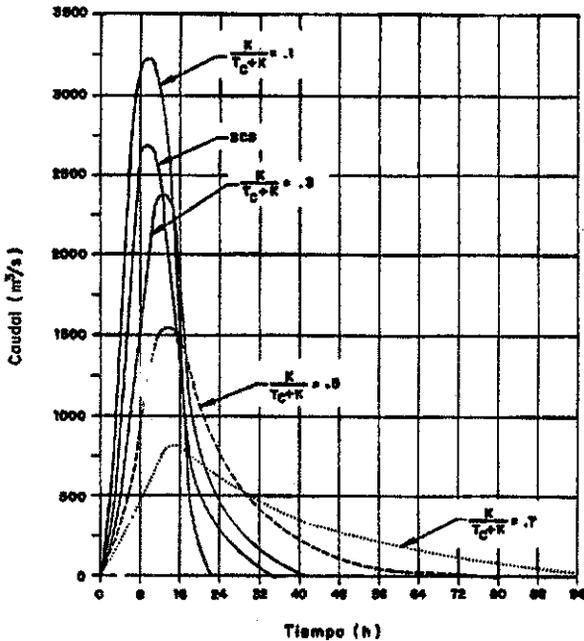


Fig. 3.19.—Comparación del H.U. del S.C.S. y diversos HUI de Clark