

# Desarrollo de ecuaciones de flujo uniforme para ríos de grava

RAÚL LÓPEZ ALONSO (\*) y JAVIER BARRAGÁN FERNÁNDEZ (\*)

**RESUMEN** Con base en un conjunto de 904 datos hidrométricos pertenecientes a ríos de grava (de alineación no sinuosa, desprovistos de cubierta vegetal significativa en el cauce y carentes de obstáculos) se han desarrollado un conjunto de ecuaciones en régimen uniforme que no requieren la estimación independiente de un coeficiente de resistencia, con la subsiguiente reducción de coste y esfuerzo de cálculo. Siempre que se respete estrictamente el rango experimental en el que rigen, las ecuaciones derivadas permiten una predicción de precisión equiparable a la de aquellos métodos basados en la determinación de un coeficiente de resistencia adecuado para el tramo de estudio.

## DEVELOPMENT OF UNIFORM FLOW EQUATIONS FOR GRAVEL-BED RIVERS

**ABSTRACT** *On the basis of a set of 904 hydro-metric data from gravel-bed rivers (with a non-sinuuous alignment, no significant vegetation cover in the bed and obstacle free) a set of equations were developed in a uniform regime that requires no independent estimate of a coefficient of resistance, with the subsequent reduction in the cost and effort of calculation. As long as the experimental range that governs them is strictly respected, the equations derived permit a precise prediction comparable with those methods based on the determination of an adequate coefficient of resistance for the study reach.*

**Palabras clave:** Ríos de grava, Ríos de montaña, Resistencia al flujo, Flujo uniforme.

## 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Un problema medular en hidráulica fluvial es el de la resistencia al flujo; noción que alude al proceso mediante el cual la geometría del cauce (pendiente longitudinal, sección transversal, alineación, propiedades del sedimento y de la cubierta vegetal, etc.) determina la geometría hidráulica (calado, ancho de la superficie libre, perímetro mojado) y la velocidad de la corriente, dado un caudal circulante. Concepto que adquiere una gran complejidad en ríos de lecho móvil en los que el cauce es capaz de modificar su forma para ajustarse al régimen de caudal líquido circulante y al suministro de sedimento proveniente de aguas arriba.

Las diferentes componentes que contribuyen a la resistencia al flujo en cauces aluviales pueden agruparse en tres conjuntos. El primero corresponde a la denominada resistencia del contorno, en la que a su vez cabe distinguir entre la resistencia ejercida por las partículas que conforman el cauce, ya se encuentren éstas en reposo o en movimiento, y la que ejercen las formas de fondo y la vegetación. El segundo conjunto se refiere a la resistencia de cauce, relacionada con la irregularidad de la sección transversal, pendiente longitudinal y alineación. El tercero concierne a la resistencia de superficie libre, que involucra la pérdida de energía debida a distorsiones de la superficie libre provocadas por ondas superficiales o resaltes hidráulicos.

Dado que el presente trabajo tiene el propósito de desarrollar ecuaciones que relacionen caudal circulante con geometría hidráulica en condiciones de régimen uniforme para ríos de grava, a continuación se resumen las características hidrogeomorfológicas de los ríos de grava y se revisan los procedimientos habituales para determinar la resistencia al flujo en dicho tipo de ríos.

### 1.1. CARACTERÍSTICAS HIDROGEOMORFOLÓGICAS DE LOS RÍOS DE GRAVA

En el presente trabajo se entenderá por río de grava todo aquél cuyo cauce se halle constituido por sedimento granular, en su mayor parte no cohesivo, de tamaño medio superior o igual a 2 mm. Es decir, que por extensión se incluirá en la definición de grava, no sólo al sedimento de tamaño propiamente de grava (entre 2 y 64 mm), sino también a cantos (entre 64 y 256 mm) y bolos (superior a 256 mm).

Las características hidráulicas y geomorfológicas de los ríos de grava, aunque distan de ser homogéneas, suelen describirse en contraposición a las de los ríos de arena de llanura. Frente a estos últimos, los ríos de grava se caracterizan por presentar sedimentos de mayor tamaño y diversidad granulométrica y mineralógica. Además, muchos ríos de lecho de grava presentan una capa superficial, denominada coraza, constituida por sedimento más grueso y menos graduado que el material subyacente, capa de la que carecen los ríos de arena.

De acuerdo con Bathurst (1993), los ríos de arena se caracterizan por una pendiente que tiende a ser suave (inferior a 0,1%) y sumersión relativa (relación calado-diámetro de los sedimentos) elevada, a menudo superior a 100. El transporte de sedimentos en suspensión y acarreo se pro-

(\*) Unidad de Ingeniería Hidráulica e Hidrológica. Departamento de Ingeniería Agroforestal. Universidad de Lleida.

de manifiesto la incertidumbre asociada a la estimación del coeficiente de resistencia cuando un grupo de 80 expertos, sirviéndose de las tablas del coeficiente  $n$  que aparecen en Chow (1959), propusieron valores con una gran disparidad. Concretamente en uno de los diez tramos de estudio oscilaban entre 0,02 y 0,09, ascendiendo la desviación típica a 0,02.

Por otra parte, las fórmulas englobadas en el grupo IV permiten determinar el coeficiente de resistencia a partir de un tamaño característico de las partículas del lecho, disminuyendo de ese modo la subjetividad asociada a los grupos anteriores. Sin embargo, tal procedimiento incrementa el coste ya que requiere análisis granulométricos del sedimento y, además, al asumir que la pérdida de energía por fricción primordialmente se debe al efecto de rugosidad de las partículas, subestima el coeficiente de resistencia en cauces con alineación sinuosa o con presencia de vegetación. La medición directa, grupo V, no es siempre posible, ya sea por el coste que supone, por falta de tiempo o porque el caudal o rango de caudales de interés sean de alto periodo de retorno o de carácter catastrófico.

Debido a las limitaciones de los métodos existentes para la determinación del coeficiente de resistencia, expuestas en los párrafos precedentes, diversos autores han venido desarrollando una serie de ecuaciones para flujo permanente y uniforme en ríos en las que no es necesaria una estimación independiente de dicho coeficiente. Una primera opción para desarrollar tales ecuaciones consiste en el establecimiento de correlaciones entre  $n$  o  $f$  y algunas de las variables independientes de las ecuaciones (1) y (2) (comúnmente  $R$  y/o  $S$ ) (p. ej. Golubtsov, 1969; Bray, 1979; Jarrett, 1984) de tal modo que estas últimas puedan expresarse como:

$$Q = cA^\alpha R^\beta S^\delta \quad (3)$$

donde  $c$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ , y  $\delta$  son coeficientes y exponentes empíricos o funciones. Alternativamente a esta primera posibilidad otros autores han ajustado directamente la ecuación (3) o bien expresiones análogas en las que la velocidad media del flujo ( $v$ ) es la variable dependiente (p. ej. Riggs, 1976; Bray, 1979; Meunier, 1989; Dingman y Sharma, 1997; Bjerklie *et al.*, 2003).

En la tabla 1 se han recopilado las ecuaciones desarrolladas por los autores indicados en los párrafos precedentes y que son de aplicación a ríos de grava. Se informa, además, del número de datos que se emplearon para ajustar el valor de los coeficientes y exponentes, así como del rango empírico de las variables involucradas.

Merece ser notado que las ecuaciones derivadas mediante regresión múltiple por Riggs, Williams, Dingman y Sharma y Bjerklie *et al.* tienen un valor de  $\alpha$  que es mayor que 1,0. Además, el primero y tercero de dichos autores proponen ecuaciones en las que  $\delta$  es una función del logaritmo decimal de  $S$ .

Es preciso remarcar que, dado el carácter empírico de este tipo de ecuaciones, es necesario observar estrictamente en su aplicación el rango experimental subyacente, evitando extrapolaciones y, especialmente, su empleo en encauzamientos.

### 1.3. OBJETIVOS

El objetivo de este trabajo consiste en el desarrollo de ecuaciones, de estructura análoga a la expresión (3), que relacionen geometría hidráulica y caudal en condiciones de régimen permanente y uniforme en ríos de grava, sin que sea necesaria, por lo tanto, una estimación independiente y explícita del coeficiente de resistencia al flujo. Para tal propósito se empleará una base empírica de ajuste que supere en

número a las utilizadas previamente por otros autores, de tal manera que pueda contarse con un conjunto de ecuaciones que mejoren la capacidad de predicción de las utilizadas actualmente (compiladas en la tabla 1).

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. SELECCIÓN DE DATOS EN RÍOS DE GRAVA

A continuación se exponen los criterios establecidos con el fin de seleccionar los datos de ajuste de entre los registros propios o disponibles en la bibliografía:

- 1) En el tramo de cauce el flujo debe ser permanente y macroscópicamente uniforme, la alineación poco sinuosa, así como también estar desprovisto de vegetación y obstáculos. Tales condiciones permiten asumir que pueden desprejiciarse los efectos en la resistencia al flujo de la cubierta vegetal y de los cambios de forma del cauce (sección transversal, pendiente y alineación). No obstante, es preciso notar que, debido a la morfología de los cauces de grava y de montaña y al tamaño relativo del material más grueso del lecho respecto al calado, el flujo a escala de detalle es variado, y, por lo tanto, el requisito de uniformidad debe entenderse en promedio a lo largo de un tramo, es decir, que el flujo se considera macroscópicamente uniforme.

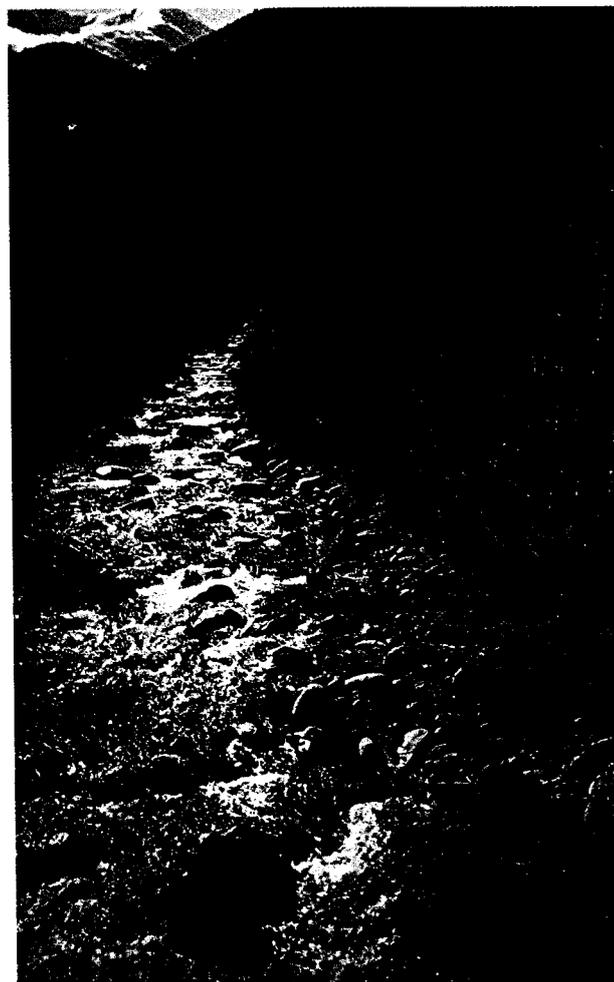


FIGURA 2. Río Joeu (Lleida). (Fotografía: D.J. Rodríguez).

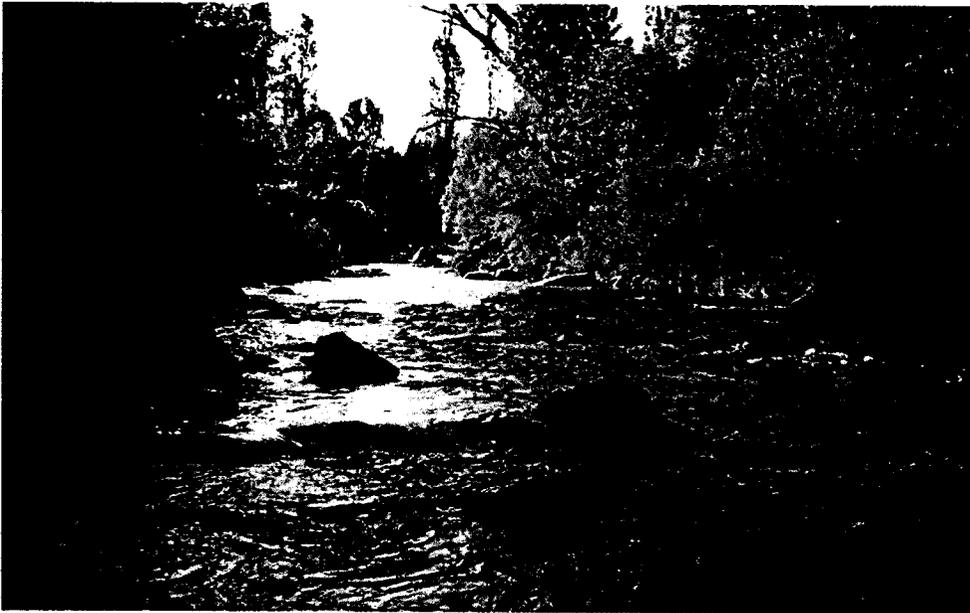


FIGURA 3. Río Bosia (Lleida).  
(Fotografía: N. Baró).

- 2) El valor de  $d_{50}$  (diámetro para el que el 50% del conjunto de partículas granulares que conforman la superficie del cauce son menores) debe ser mayor o igual a 2 mm, lo que corresponde a ríos de grava, cantos o bolos
- 3) El flujo debe ser turbulento, número de Reynolds ( $Re$ ) superior a 2.000, e hidráulicamente rugoso, número de Reynolds de partícula ( $Re^*$ ) superior a 200.
- 4) La relación entre el ancho de la superficie libre y el calado medio en la sección ( $T/y$ ) debe ser superior a 5,0; con el objeto de asegurar que en la zona central de la sección el flujo sea bidimensional, no influenciado por las márgenes del cauce.

## 2.2. CONJUNTO DE DATOS SELECCIONADOS

Con el fin de comprobar la concordancia entre los requisitos citados previamente y los datos disponibles, ya sean éstos

obtenidos de la bibliografía o mediante registros propios, es necesario el cálculo de una serie de variables hidráulicas. El procedimiento de cálculo de tales variables se ha resumido en la tabla 2. Interesa señalar que no todos los autores incluyen datos de  $R$  y de  $y$ , sino que suministran uno u otro alternativamente debido a que se trata en la mayoría de los casos de secciones con elevado  $T/y$ , consiguientemente, se ha modificado el cálculo de algunas variables sustituyendo  $R$  por  $y$  o viceversa cuando únicamente se disponía de una de dichas variables.

En cualquier caso, es necesario precisar que la calidad de los datos tomados en ríos de gravas, cantos o bolos se ve afectada por limitaciones hidrométricas, dado que ciertos factores actúan en ese sentido: los errores de medida inherentes a un medio en el que el investigador no controla los procesos físicos que tienen lugar, la indeterminación a la hora de establecer el origen de cota en el lecho debido a la

Variable	Fórmula	Observaciones
Número de Reynolds ( $Re$ )	$Re = \frac{v \cdot R}{\nu}$	Viscosidad cinemática $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Número de Reynolds de partícula ( $Re^*$ )	$Re^* = \frac{v^* \cdot d_{50}}{\nu}$	Viscosidad cinemática $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Número de Froude ( $F$ )	$F = \frac{v}{\sqrt{gy}}$	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Tensión de corte media en el cauce ( $\tau_s$ )	$\tau_s = \gamma R S$	Peso específico del agua $\gamma = 9,810 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$
Tensión crítica de inicio del movimiento ( $\tau_c$ )	$\tau_c = 0,029(\gamma_s - \gamma)d_{84}^2$	Peso específico de los sedimentos $\gamma = 26,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$ $\gamma = 9,810 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$

TABLA 2. Métodos de cálculo de algunas de las variables hidráulicas.

heterogeneidad de calibres del sedimento (de gran repercusión cuando la sumersión es reducida), la naturaleza macroscópica de la uniformidad del flujo (ligada en gran medida a morfología de rápidos y pozas o escalones y pozas), etc.

Después de aplicar los criterios de selección anteriormente referidos ha resultado un conjunto de 904 datos de ríos de grava de diferentes partes del mundo, que corresponden a 24 referencias bibliográficas del periodo 1955-2003 así como también a datos propios. Este grupo de datos conforma una base empírica de ajuste muy superior en número a la de la mayoría de las ecuaciones derivadas anteriormente por otros autores (tabla 1). Resulta de interés destacar que 40 de los datos del conjunto elegido se han obtenido en ríos del Pirineo y pre-Pirineo español. En la tabla 3 se muestra el rango de variación de las variables involucradas en las ecuaciones propuestas, además del de otros parámetros que se han considerado significativos, como  $F$ ,  $d_{50}$  y  $d_{90}$ ,  $T/\gamma$  y  $\tau_b/\tau_c$ .

La gran mayoría de las fuentes bibliográficas consultadas informan de ausencia de transporte sólido de fondo significativo durante las tareas hidrométricas. A fin de confirmar lo anterior se ha calculado el índice de movilidad de sedimento ( $\tau_b/\tau_c$ ), que relaciona la tensión de corte media en el cauce debida al flujo con la tensión de corte crítica de inicio del movimiento de las partículas (calculados ambas según las ecuaciones recogidas en la tabla 2). Únicamente el 14,2% de los datos presenta valores del citado índice mayores de 1,0 y solamente el 1,1% supera el umbral de 3,0.

**2.3. ESTRUCTURA DE LAS EXPRESIONES DERIVADAS**

Conforme a las diferentes estructuras de las ecuaciones desarrolladas previamente por otros autores y que se recogen en la tabla 1, en el presente trabajo se ajustarán las siguientes tres expresiones:

$$Q = \lambda_1 A R^{\lambda_2} S^{\lambda_3} \tag{14}$$

$$Q = \lambda_4 A^{\lambda_5} R^{\lambda_6} S^{\lambda_7} \tag{15}$$

$$Q = \lambda_8 A^{\lambda_9} R^{\lambda_{10}} S^{\lambda_{11} \log S} \tag{16}$$

donde  $\lambda_i$  es un coeficiente o exponente,  $Q$  se expresa en  $m^3/s$ ,  $A$  en  $m^2$ ,  $R$  en  $m$  y  $S$  en  $m/m$ .

Habida cuenta de que el rango de variación del caudal de los registros seleccionados comprende varios ordenes de magnitud, se ajustarán, mediante el método de los mínimos cuadrados, los coeficientes de las transformaciones logarítmicas de las ecuaciones (14), (15) y (16). Por otra parte, y en la línea recomendada por varios autores (p. ej. Kozak y Kozak, 2003), se han utilizado todos los datos seleccionados, 904, para el ajuste de las ecuaciones. Consecuentemente, tomando logaritmos a ambos lados de las ecuaciones (14), (15) y (16) resulta:

$$\log Q = \log \lambda_1 + \log A + \lambda_2 \log R + \lambda_3 \log S \tag{17}$$

$$\log Q = \log \lambda_4 + \lambda_5 \log A + \lambda_6 \log R + \lambda_7 \log S \tag{18}$$

$$\log Q = \log \lambda_8 + \lambda_9 \log A + \lambda_{10} \log R + \lambda_{11} \log^2 S \tag{19}$$

De acuerdo con Helsel y Hirsch (1992) la ecuación de regresión que predice el logaritmo de una variable (en este caso las expresiones (17), (18) y (19)) habitualmente da como resultado pronósticos menos sesgados que la de su equivalente antilogarítmica (ecuaciones (14), (15) y (16)), que en general es la variable de interés. Los autores mencionados proponen el siguiente coeficiente corrector del sesgo ( $B$ ) que multiplica al miembro derecho de las ecuaciones (14), (15) y (16):

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N 10^{(\log C_i - \log R_i)}}{N} \tag{20}$$

donde  $C_i$  es el valor calculado del caudal,  $R_i$  es el valor registrado del caudal y  $N$  es el número total de datos. Por otro lado, en la tabla 4 se muestran los índices de bondad de ajuste entre registro y pronóstico que se han utilizado a fin de comparar los tres modelos obtenidos.

**3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En la tabla 5 se muestran las ecuaciones (21), (22) y (23) que resultan después de aplicar antilogaritmos a las ecuaciones ajustadas (correspondiendo estas últimas a la estructura de las expresiones (17), (18) y (19)) y de multiplicarlas por el coeficiente corrector del sesgo ( $B$ ). Asimismo, se refieren los valo-

Parámetro	Unidades	Promedio	Desviación típica	Rango de variación
Caudal ( $Q$ )	( $m^3/s$ )	92,2	457,6	0,004-8.207
Área ( $A$ )	( $m^2$ )	46,7	201,0	0,05-3.737,3
Radio hidráulico ( $R$ )	( $m$ )	0,80	0,84	0,034-6,9
Pendiente del cauce ( $S$ )	(-)	0,011	0,016	0,00001-0,16
Número de Froude ( $F$ )	(-)	0,45	0,21	0,034-1,26
Diámetro del sedimento ( $d_{50}$ )	( $m$ )	0,11	0,10	0,007-0,51
Diámetro del sedimento ( $d_{90}$ )	( $m$ )	0,25	0,21	0,025-1,08
Relación ancho-profundidad ( $T/\gamma$ )	(-)	39,5	26,4	5,3-216,4
Índice de movilidad del sedimento ( $\tau_b/\tau_c$ )	(-)	0,56	0,63	0,003-6,4

TABLA 3. Rangos de variación de los parámetros del conjunto de datos seleccionado ( $N=904$ ).

Índice de ajuste	Rango de variación
Coeficiente de determinación ( $R^2$ ) $R^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})(R_i - \bar{R}) \right)^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}}$	$0,0 \leq R^2 \leq 1,0$
Coeficiente de eficiencia ( $E$ ) $E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (R_i - C_i)^2}{\sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}$	$-\infty \leq E \leq 1,0$
Coeficiente de eficiencia modificado ( $E'$ ) $E' = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N  R_i - C_i }{\sum_{i=1}^N  R_i - \bar{R} }$	$-\infty \leq E' \leq 1,0$
Error relativo medio porcentual ( $P$ ) $P = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \frac{ C_i - R_i }{R_i}$	$0,0 \leq P \leq \infty$

Donde  $C_i$  es el valor  $i$  calculado de la variable,  $\bar{C}$  es el promedio de los  $N$  valores calculados de la variable,  $R_i$  es el valor  $i$  registrado de la variable y  $\bar{R}$  es el promedio de los  $N$  valores registrados de la variable.

TABLA 4. Índices estadísticos de bondad de ajuste.

res de los índices de ajuste calculados según la definición de la tabla 4, cuando se aplican a las ecuaciones (21), (22) y (23). Debe notarse que, como es evidente, el valor que se obtiene de dichos índices es diferente que el que se obtendría si se aplicaran a las ecuaciones transformadas logarítmicamente.

En la figura 4 se ha representado la relación entre caudal registrado y calculado según las ecuaciones (21), (22) y (23), así como la recta de ajuste perfecto y la banda de error respecto al caudal registrado. Se han simbolizado de forma diferente los datos correspondientes a valores de  $\tau_s / \tau_c$  mayores que 1,0, a fin de detectar posibles influencias en los resultados motivadas por la erosión y el transporte de sedimento.

A efectos de contraste de la capacidad de predicción de las fórmulas de la tabla 5 y si atendemos al valor de los índices  $E$ ,  $E'$  y  $P$ , la ecuación que presenta globalmente un mejor ajuste es la (23), seguida de la (21) y de la (22) en este orden. Dicha tendencia se revela más acusadamente com-

rando el valor del índice  $E$ . Aunque el comportamiento mostrado por el coeficiente de determinación  $R^2$  no es coincidente con lo anteriormente expuesto, su valor para las tres expresiones difiere muy levemente. Por consiguiente, cabe concluir que queda justificado el ajuste de una ecuación de estructura algebraica más compleja, equivalente a la ecuación (16), dada su mayor capacidad de pronóstico.

La comparación de los gráficos de ajuste de cada expresión, representados en la figura 4, no pone de manifiesto diferencias acusadas entre las tres ecuaciones. Sin embargo, desvela que en todas ellas cuando el caudal es inferior a  $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$  la magnitud del error es en promedio bastante superior al resto y, además, dicho error es predominantemente por exceso. Lo anterior, desaconseja el uso de las ecuaciones de la tabla 5 cuando el caudal no supere el umbral de  $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ . Aunque no es equiparable al caso anterior, dado que el error cometido es muy inferior, también se observa una tendencia

Nº	Ecuación	B	Índices de ajuste			
			$R^2$	$E$	$E'$	$P$
(21)	$Q = 6,649AR^{0,823}S^{0,264}$	1,101	0,92	0,28	0,72	39,4
(22)	$Q = 6,133A^{1,034}R^{0,765}S^{0,269}$	1,103	0,92	0,14	0,70	39,6
(23)	$Q = 3,198A^{1,022}R^{0,791}S^{-0,0571 \log S}$	1,091	0,90	0,35	0,75	36,6

TABLA 5. Ecuaciones derivadas y valores de  $B$ ,  $R^2$ ,  $E$ ,  $E'$  y  $P$ .

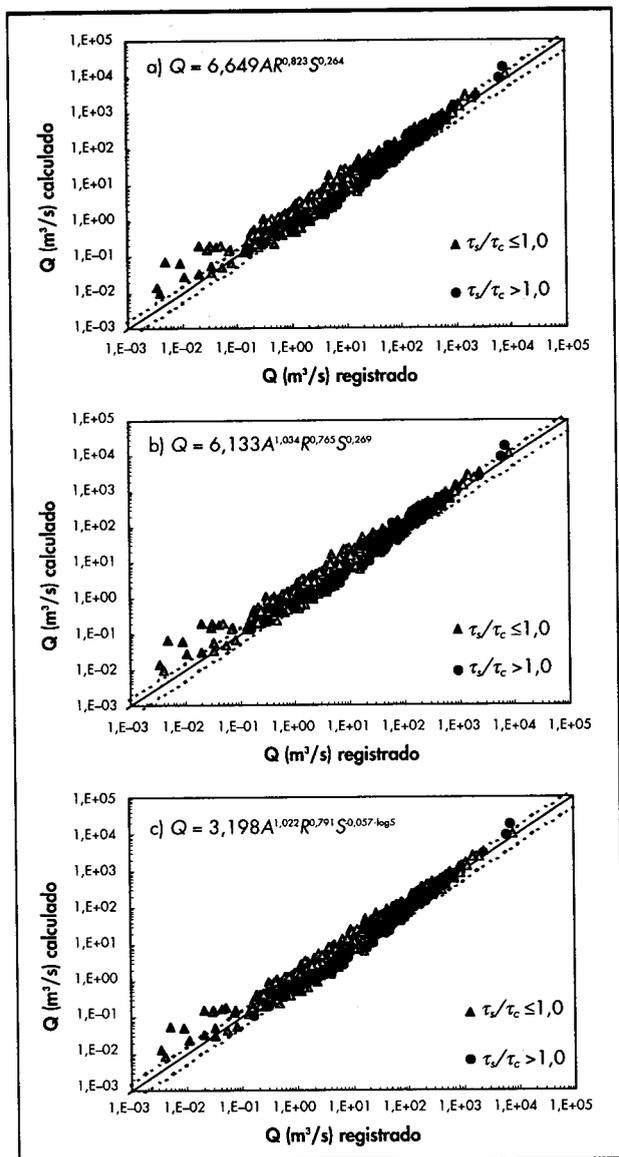


FIGURA 4. Representación de los gráficos de ajuste entre el caudal registrado y el calculado por: a) ecuación (21), b) ecuación (22) y c) ecuación (23). Asimismo, se han representado la línea de ajuste perfecto y la banda de error  $\pm 50\%$ .

sistemática a la estimación por exceso cuando el caudal supera aproximadamente los 2.000 m<sup>3</sup>/s. Por otra parte, en la figura 4 no se aprecian diferencias significativas en la precisión de los pronósticos para los registros que superan el umbral de 1,0 en el índice de movilidad del sedimento respecto del resto.

#### 4. CONCLUSIONES

Respecto al desarrollo de tres ecuaciones para ríos de grava, que relacionan geometría hidráulica y caudal en régimen uniforme evitando la determinación explícita de un coeficiente de resistencia, se concluye lo siguiente.

El ajuste a un conjunto de 904 datos en ríos de grava, seleccionados de la bibliografía y de mediciones propias, supone una base empírica muy superior a la de la mayoría de las expresiones derivadas previamente por otros autores, lo que potencialmente las dota de una mayor capacidad de predicción.

De entre las tres ecuaciones derivadas la expresión que muestra mayor capacidad de predicción, ecuación (23), es la que presenta una estructura algebraica más compleja. Se desaconseja el uso de las ecuaciones derivadas cuando el caudal no alcance los 0,1 m<sup>3</sup>/s, dado que en ese rango se observa un error sensiblemente mayor que el promedio global y una tendencia mayoritaria a la predicción de valores superiores. No se ha detectado un comportamiento diferencial, en cuanto a la precisión de las predicciones de las fórmulas derivadas, de aquellos datos para los que se ha superado el umbral de inicio del movimiento del sedimento.

Siempre que se restrinja su uso a flujo macroscópicamente uniforme en ríos de grava de alineación no sinuosa, desprovistos de cubierta vegetal y obstáculos al flujo y se observe estrictamente el rango experimental en el que rigen, las ecuaciones derivadas permiten una predicción de precisión equiparable a los métodos basados en la determinación de un coeficiente de resistencia adecuado para el tramo de estudio.

#### 5. BIBLIOGRAFÍA

- Barnes, H.H. (1967) *Roughness characteristics of natural channels*. U.S. Water-Supply Paper 1849.
- Bathurst, J.C. (1993) Flow resistance through the channel network. Beven, K.; Kirkby, M.J. (Eds.) *Channel network hydrology*. Wiley.
- Bjerklie, D.M.; Dingman, S.L.; Vorosmarty, C.J.; Bolster, C.H. y Congalton, R.G. (2003) Evaluating the potential for measuring river discharge from space. *Journal of Hydrology*. 278: 17-38.
- Bray, D.I. (1979) Estimating average velocity in gravel-bed rivers. *Journal of the Hydraulics Division*. 105(9): 1103-1122.
- Burnham, M.W. y Davis, D. W. (1990) Effects of data errors on computed steady-flows profiles. *Journal of Hydraulic Engineering*. 116, 7: 914-929.
- Chow, V.T. (1959) *Open-Channel Hydraulics*. McGraw-Hill.
- Cowan, W.L. (1956) Estimating hydraulic roughness coefficients. *Agricultural Engineering*, 37, 7: 473-475.
- Dingman, S.L. y Sharma K.P. (1997) Stastiscal development and validation of discharge equations for natural channels. *Journal of Hydrology*. 199: 13-35.
- Golubtsov, V.V. (1969) Hydraulic resistance and formula for computing the average flow velocity of mountain rivers. *Soviet Hydrology*. 5: 500-511.
- Helsel, D.R. y Hirsch, R.M. (1992) *Statistical methods in water resources*. Elsevier, NY.
- Jarrett, R.D. (1984) Hydraulics of high-gradient streams. *Journal of Hydraulic Engineering*. 110 (11): 1519-1539.
- Kozak, A. y Kozak, r. (2003) Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? *Canadian Journal of Forest Research*. 33: 976-987.
- López, R. y Barragán, J. (2003) Expresiones para la determinación del factor de fricción en ríos de fuerte pendiente. *Ingeniería Civil*. 130: 43-50.
- Meunier, M. (1989) Essai de synthèse des connaissances en érosion et hydraulique torrentielle. *La Houille Blanche*. 5: 361-375.
- Riggs, H.C. (1976) A simplified slope-area method for estimation flood discharges in natural channels. *U.S. Geological Survey Journal of Research*. 4, 3: 285-291.
- Williams, G.P. (1978) Bank-full discharge of rivers. *Water Resources Research*. 14, 6: 1141-1154.