

# Análisis espectral del registro de marea en la estación de Ceuta

FRANCISCO MANZANO AGUGLIARO (\*), VÍCTOR CORCHETE FERNÁNDEZ (\*\*) y XAVIER B. LASTRA (\*\*\*)

**RESUMEN** En el presente trabajo se aplican las técnicas de análisis espectral mediante la aplicación de la transformada rápida de Fourier (FFT) a los registros de marea de la estación de Ceuta desde el año 1995 a 2003, para identificar las componentes de marea (amplitud y periodo) tanto semidiurnas como diurnas, y para las componentes tanto solares como lunares de cada una de ellas. Se obtuvo que la periodicidad de los componentes marea semidiurnos solares está entre 11.97 y 12.01 horas, mientras que los lunares están entre 12.41 y 12.64 horas. Por otro lado la periodicidad del componente de marea diurno solar fue de 24.09 horas, mientras que los componentes diurnos lunares son de mayor y menor periodo. Así, vemos que los componentes de marea solares diurnos y semidiurnos no tienen el mismo comportamiento para la serie temporal estudiada. También se obtuvo que el componente de marea dominante del espectro de amplitud es el semidiurno lunar. La amplitud de las mareas presentan pequeñas diferencias anuales que sugieren tendencias estables a disminuir o a crecer, según que componente de marea consideremos; dado que son componentes de distinto periodo, podrían estar afectados por fenómenos de distinta naturaleza. Esto sugiere mayores investigaciones para verificar si el cambio climático, u otro agente, son responsables de este comportamiento.

## SPECTRAL ANALYSIS OF THE TIDE RECORD OF CEUTA STATION

**ABSTRACT** In this paper we use the Fast Fourier transformed (FFT) applied to the tide registers of Ceuta station from the year 1995 till 2003, for identifying the components of the tide (amplitude and period) semidiurnal and diurnal, for the solar and moon components of each one of them. It was obtained that the period of the component solar semidiurnal are between 11.97 and 12.01 hours, whereas the period of moon semidiurnal components are between 12.41 and 12.64 hours. In other way, the period of solar diurnal tide component obtained was 24.09 hours whereas the lunar diurnal components are of greater and smaller period. Thus, it is shown that the diurnal and semidiurnal solar components of tide do not have the same behaviour for the temporary series studied. Also, it was obtained that the spectral component of dominant tide in amplitude is the moon semidiurnal component. The amplitude of the tide shows small annual differences that suggest stable trends to decrease or to increase, depending on the tide component considered; since they are components of different period, they could be affected by different nature phenomena. This suggests greater investigations to verify if the climatic change, or another agent, is responsible for this behaviour.

**Palabras clave:** FFT, Ondas de marea, Estrecho de Gibraltar.

## 1. INTRODUCCIÓN

La marea se define como el ascenso y descenso periódico del nivel del mar con respecto a la tierra, y es producida por la atracción gravitacional de la Luna y del Sol; así como también por factores no astronómicos como línea costera, profundidad local, relieve oceanográfico y otras influencias hidrográficas y meteorológicas que cumplen un rol importante en su comportamiento [1] y [2].

En primer lugar expondremos como obtener el potencial de marea lunisolar. Para expresar el potencial lunisolar su-

pondremos al Sol y a la Luna, como puntos materiales, limitándonos a explicar sólo el caso de la Luna pues el caso del Sol es completamente análogo. Para estudiar el caso del Sol, recurriremos a los resultados obtenidos para la Luna. En primer lugar, consideraremos la Tierra esférica como primera aproximación, estando la Luna situada en un punto A (ver figura 1).

En estas condiciones el potencial creado por la luna en el punto P, viene dado por:

$$V = GM / \rho$$

Donde G es la constante de Gravitación Universal y M es la masa de la Luna, 0.123 veces la masa de la Tierra [3]. Esta fórmula puede escribirse también en función de la distancia Tierra-Luna (d) en vez de la distancia de la Luna al punto P estudiado ( $\rho$ ):

$$V = GM \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R^n}{d^{n+1}} P_n(\cos \psi) \quad (1)$$

(\*) Dr. Ingeniero Agrónomo. Profesor Titular de Universidad. Dpto. Ingeniería Rural. Escuela Politécnica Superior, Universidad de Almería.

(\*\*) Dr. Ciencias Físicas. Profesor Titular de Universidad. Dpto. Física Aplicada. Escuela Politécnica Superior, Universidad de Almería.

(\*\*\*) Ingeniero Agropecuario. Escuela Politécnica del Ejército. Ecuador. Alumno del programa de Doctorado Ingeniería Ambiental. Universidad de Almería.

ANÁLISIS ESPECTRAL DEL REGISTRO DE MAREA EN LA ESTACIÓN DE CEUTA

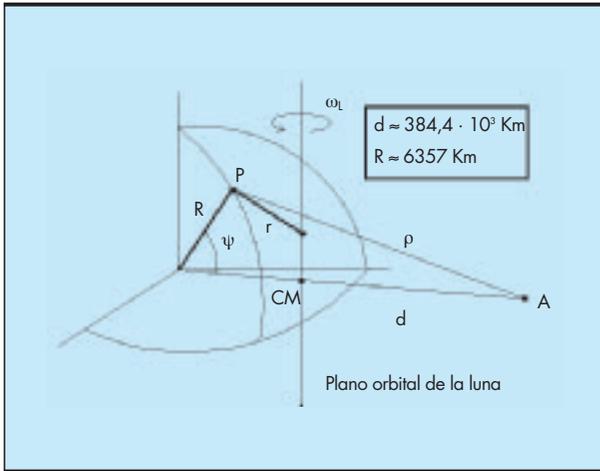


FIGURA 1. Componentes del potencial de marea lunar.

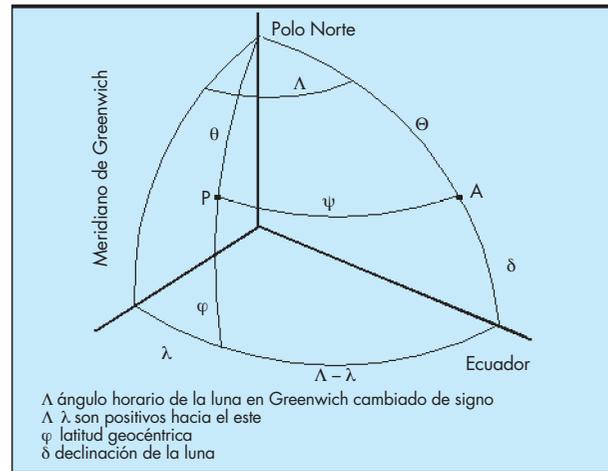


FIGURA 2. Esfera Celeste.

donde son conocidos R (el radio terrestre) y d. Respecto al componente  $P_n(\cos \psi)$  sabemos que son los polinomios de Legendre cuyos valores iniciales se expresan en la tabla 1. En consecuencia, vemos que en el desarrollo (1) podemos despreciar todos los términos con grado  $n \geq 3$ , puesto que con  $R \approx 6357$  km y  $d \approx 384400$  km se observa que ordenes superiores a 3 serán menores de  $10^{-11}$  (véase tabla 1). En lo referente a los polinomios de Legendre, el término  $n = 0$  podemos despreciarlo, puesto que es el potencial creado por la Luna en el centro de la Tierra, siendo un término constante e independiente de la posición de P en la Tierra, por tanto no produce efecto de marea. Respecto al término  $n = 1$  podemos presentar conclusiones análogas, puesto que es un término constante (véase tabla 1). Para comprobar esta afirmación, basta considerar que el sistema Tierra-Luna gira alrededor del centro del CM de ambos cuerpos, con una velocidad angular  $\omega_L$  igual a la velocidad angular de rotación de la Luna alrededor de la Tierra (velocidad angular orbital), siendo esta velocidad angular muy pequeña. En consecuencia, en la fórmula del potencial calculado en el punto P dado por la expresión (1), hay que incluir el potencial centrífugo asociado a la velocidad angular  $\omega_L$ :

$$V = \frac{GM}{\rho} + \frac{1}{2} \omega_L^2 \cdot r^2$$

Esta expresión puede escribirse en la forma:

$$V = V_0 + V_1 + \left( \sum_{n=2}^{\infty} \frac{R^n}{d^{n+1}} P_n(\cos \psi) \right) \cdot GM \quad (2)$$

donde ahora  $V_1$  incluye también el término debido al potencial centrífugo. Como  $V_0$  y  $V_1$  son constantes, podemos expresar el potencial de la luna ( $V_L$ ) con la expresión:

$$V_L = GM \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \frac{R^n}{d^{n+1}} P_n(\cos \psi) \quad (3)$$

donde a lo sumo consideramos el grado 2, pues órdenes superiores serán despreciables (véase tabla 1). La ecuación (3) expresará el llamado potencial de marea lunar, es obvio decir que para el Sol, obtendríamos una fórmula similar, sin más que sustituir M por la masa del Sol, poniendo d como la distancia entre el Sol y la Tierra, y cambiando  $\psi$  por la distancia cenital geocéntrica del Sol.

Vista la simplicidad de la fórmula (3), cabe pensar que este problema de los potenciales es muy sencillo, pero esto no es tan simple, puesto que  $\psi$  no es un ángulo fundamental, por ello, es necesario expresarlo en función de coordenadas más convencionales, como son las coordenadas esféricas de P y de A. en la figura 2, puede verse la relación entre ambas coordenadas en la esfera celeste.

n	$P_n(\cos \psi)$	$\frac{R^n}{d^{n+1}}$	$V_n$
0	1	-	$V_0 = \frac{GM}{d}$
1	$\cos \psi$	$\frac{R}{d^2} = 7.115 \cdot 10^{-10}$	$V_1 = GM \frac{R}{d^2} \cos \psi$
2	$3/2 \cos^2 \psi - 1/2$	$\frac{R^2}{d^3} = 7.115 \cdot 10^{-10}$	$V_2 = GM \cdot \frac{R^2}{d^3} P_2(\cos \psi)$
3		$\frac{R^3}{d^4} = 1.177 \cdot 10^{-11}$	$V_3 \rightarrow 0$

TABLA 1. Componentes del potencial de Marea.

Como

$$\cos \psi = \cos \theta \cos \Theta + \sin \theta \sin \Theta \cos (\Lambda - \lambda) \quad (4)$$

entonces puede hacerse el cambio de variable en la expresión (3) y su correspondiente desarrollo en armónicos esféricos fundamentales, obteniéndose la expresión del potencial de marea lunar, en la forma (análogamente puede escribirse el potencial de marea solar):

$$V_L = \frac{GM}{d} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R}{d} \right)^n \sum_{m=0}^n [a_{nm}(t)R_{nm}(\theta, \lambda) + b_{nm}(t)S_{nm}(\theta, \lambda)] \quad (5)$$

donde  $(a_{nm}(t), b_{nm}(t))$  son coeficientes que dependen del tiempo y  $(R_{nm}, S_{nm})$  son funciones que pueden expresarse a través de las *funciones asociadas de Legendre*.

Así, a partir de la expresión (5) podemos obtener los armónicos (también llamados mareas) existentes en lo que se conoce como *un día de marea*, siendo éste el tiempo de rotación de la Tierra con respecto a la Luna, y tiene un valor medio aproximado de 24.84 horas. Encontrando que dentro de un día de marea existen tres tipos básicos de mareas [4]: semi-diurnas (lunares  $M_2$  y  $N_2$ , solares  $S_2$  y  $K_2$ ), mixtas (largo periodo) y diurnas (lunares  $K_1$  y  $O_1$ , solar  $P_1$ ). Las primeras tienen dos picos de pleamar y dos de bajamar (similares en altura) cada día de marea. Las mixtas presentan dos pleamares y una bajamar o una pleamar y dos bajamares. Las mareas diurnas tienen un pico de pleamar y una de bajamar [1].

## 2. OBJETIVOS

Los objetivos de este trabajo son aplicar las técnicas de análisis espectral a los registros de marea, identificando las componentes de marea semidiurnas y diurnas, en base a los datos proporcionados por la estación GPS del puerto de Ceuta, clasificar los distintos componentes de marea según su amplitud y observar su evolución temporal (anual).

## 3. ANTECEDENTES

Existen estudios sobre el comportamiento del nivel del mar en la cornisa cantábrica de la Península Ibérica, donde se encontró que el nivel del mar está subiendo desde el principio del registro y que esta subida es mayor en los últimos años [5]. El estrecho de Gibraltar se considera como una región homogénea, con una tendencia regional de 0.9 mm/año a subir y un ciclo anual cuya amplitud oscila entre 40 y 56 mm, dependiendo de la estación mareográfica [2]. En 1983 en la zona occidental del mar de Alborán se determinó la existencia de paquetes de olas internas no lineales emanadas desde el Estrecho de Gibraltar, ausentes durante un periodo cuando las condiciones de marea debían haber generado tales olas. Datos a largo plazo demuestran su presencia, se establece como hipótesis de esa presencia el aumento en la salida del agua del Mediterráneo sobre la batimetría principal al este del Estrecho. Tal aumento pudo haber obstaculizado o haber limitado fuertemente la generación de ondas internas en y cerca de la marea alta [6].

Estudios similares encontraron que en el norte de la península ibérica existe una tendencia regional de 2.4 mm/año a subir y a su vez 0.8 mm/año a subir en las islas Canarias. La variabilidad por décadas no permitió encontrar valores de aceleración fiables para la longitud de éstas series. Las correlaciones encontradas con las presiones en costa son altas y algo inferiores con el índice de oscilación del Atlántico Norte (NAO), deduciendo que las variaciones del nivel del mar registrado en costa, aparte de las señales locales, mantienen las características propias de la región [7].

Estudios realizados en Bélgica determinaron que existe un efecto eólico en la altura de ola del 3% y en el periodo de marea del 20% [8]. En Portugal (cabo Sines), se observó amplitudes de ola largas internas de 50 a 250 metros de profundidad y de 40 m a 100 m de profundidad. Mediante imágenes de satélite se demostró que la posición del fenómeno anteriormente descrito, está ligada a la fase de marea, sugiriendo que es de origen interno. Cada paquete individual de ondas internas contiene hasta 7 ondas de longitud de 500 a 1500 m. Los paquetes sucesivos son separados por distancias internas de marea de 16 a 20 km. El estudio concluye que la generación de bajadas críticas de la batimetría y las interacciones no lineales, son las principales explicaciones para las amplitudes largas [9].

## 4. DATOS

En la actualidad a nivel mundial se mantienen registros de mareas [10], especialmente en zonas portuarias, por la gran utilidad que presentan para predecir el comportamiento marino, establecer fenómenos climatológicos, fenómenos astronómicos [11], estudiar el comportamiento de las corrientes marinas, elaboración de cartas náuticas, mapas litorales, fronteras marítimas, navegación, construcciones marítimas, etc. Así también, el nivel medio del mar es considerado como un indicador del cambio climático y a su vez como consecuencia del mismo, por lo que su estudio toma cada día más importancia para prevenir y anticipar eventos como, inundaciones, tormentas o corrientes marinas [4] y [1].

En España, las observaciones oceanográficas son responsabilidad de Puertos del Estado (PE) [12] e Instituto Español de Oceanografía (IEO). Dentro de esta responsabilidad se encuentra la estación GPS de medición del oleaje, ubicada en el puerto de la Autoridad Portuaria de la ciudad de Ceuta [13] (véase figura 3), cuyo calado es 21 m y cuya ubicación geográfica es latitud  $35^{\circ} 54' N$  y longitud  $05^{\circ} 19' W$ .



FIGURA 3. Ubicación de la estación GPS (IEO, 2006).

## ANÁLISIS ESPECTRAL DEL REGISTRO DE MAREA EN LA ESTACIÓN DE CEUTA

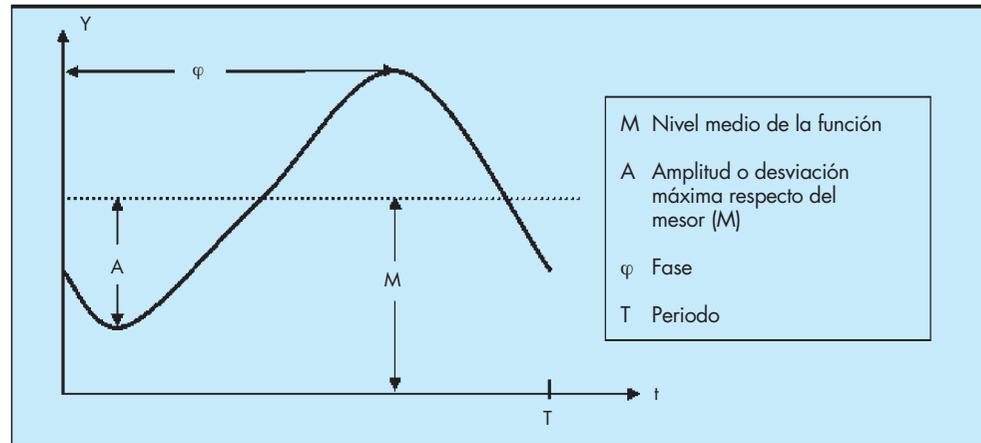


FIGURA 4. Representación de los componentes de la onda.

La red costera de Puertos del Estado proporciona datos de oleaje escalado en tiempo real en puntos de aguas poco profundas, de gran interés para las actividades portuarias o la validación de modelos de oleaje. Los datos son tomados en series horarias de 5120 puntos, equivalente a 43 minutos de grabaciones [14] y [15]. Actualmente, la Red Española de Medida y Registro de Oleaje (REMRO) posee datos de la estación de Ceuta (estación 019), desde el año 1943 hasta la actualidad. En el puerto de Ceuta la boya se encuentra con un sensor de oleaje escalar, vigente desde el año 1985.

Los datos de oleaje utilizados en este estudio fueron obtenidos de la Red Mareográfica del IEO [16], estando muestreados cada hora, siendo el intervalo de años considerado desde 1995 hasta 2003. Estos datos están referidos al mareógrafo cero: Tide Gauge Zero.

## 5. METODOLOGÍA

### 5.1. EL ANÁLISIS ESPECTRAL

El análisis espectral es una herramienta matemática que en la actualidad es aplicada en muchas de disciplinas científicas. Este análisis tiene su origen en “el problema de la cuerda vibrante” cuyo estudio ocupó a los matemáticos del siglo XVIII [17].

De acuerdo con el Teorema de Fourier, la función  $f(t)$  que satisfaga las condiciones de Dirichlet, puede ser representada por la siguiente serie [18]:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{2n\pi t}{T} + b_n \sin \frac{2n\pi t}{T} \right) \quad (6.1)$$

Donde las constantes ( $a_0$ ,  $a_n$ ,  $b_n$ ) se determinan mediante:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot dt \quad [6.2(a)]$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \cos \frac{2n\pi \cdot t}{T} dt \quad [6.2(b)]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \sin \frac{2n\pi \cdot t}{T} dt \quad [6.2(c)]$$

siendo la función  $f(t)$  periódica de periodo  $T$ .

El análisis armónico nos proporciona los valores de los coeficientes de Fourier, pero esto no es más que una herra-

mienta para obtener la información que verdaderamente nos interesa de la función  $f(t)$ : Valor medio ( $M$ ), amplitud ( $A$ ) y periodo ( $T$ ) (ver en figura 4 un ejemplo de función  $f(t)$ ).

### 5.2. OBTENCIÓN DE LA INTEGRAL DE FOURIER

Para la obtención de la integral de Fourier basta con sustituir las ecuaciones (6.2) en la ecuación 6.1, obteniéndose:

$$f(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cdot d\lambda + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cdot \cos \frac{2n\pi \lambda}{T} \cdot d\lambda \right\} \cdot \cos \frac{2n\pi t}{T} + \left\{ \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cdot \sin \frac{2n\pi \lambda}{T} \cdot d\lambda \right\} \cdot \sin \frac{2n\pi t}{T} \quad (7.1)$$

Donde teniendo en cuenta que:

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

Podemos escribir:

$$f(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cdot d\lambda + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cdot \cos \left[ \frac{2n\pi}{T} \cdot (t - \lambda) \right] \cdot d\lambda \quad (7.2)$$

Al factor  $\cos$  [...] se le llama Kernel de Dirichlet.

La expresión (7.2) puede escribirse como función de la frecuencia angular  $\omega$ , si se considera que:

$$\begin{aligned} \omega_n &= 2n\pi/T \\ \omega_{n-1} &= 2(n-1)\pi/T \\ \Delta\omega_n &= \omega_n - \omega_{n-1} = 2\pi/T \end{aligned} \quad (7.3)$$

Entonces escribimos la expresión (2.2) en la forma:

$$f(t) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cdot d\lambda + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Delta\omega}{\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cdot \cos[\omega_n(t - \lambda)] \cdot d\lambda \quad (7.4)$$

Ahora, si  $T \rightarrow \infty$ , la expresión (2.4) toma el valor:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \cdot \cos[\omega(t - \lambda)] \cdot d\lambda \quad (7.5)$$

Ya que,  $\Delta\omega$  será cambiado por  $d\omega$ , debido a que  $1/T \rightarrow 0$  y la integral “ $f$ ” es finita [19]. La integral de “ $f$ ” es finita, porque dicha función satisface por hipótesis las condiciones de Dirichlet. La ecuación (2.5) recibe el nombre de integral de Fourier, de la cual podemos obtener, como ahora veremos, la transformada de Fourier.

**5.3. OBTENCIÓN DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER**

Para obtener la expresión de la transformada de Fourier a partir de la integral de Fourier, introducimos las funciones  $a(\omega)$  y  $b(\omega)$ , partiendo de las ecuaciones (6.2), escritas en la forma en la cual fueron usadas para presentar la ecuación (7.1); considerando además que  $T \rightarrow \infty$ , junto con las identidades (2.3) escribimos:

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \cos(\omega\lambda) d\lambda; b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \sin(\omega\lambda) d\lambda \quad (7.6)$$

Que nos permite escribir la ecuación (2.5) en la forma:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [a(\omega) \cdot \cos \omega t + b(\omega) \cdot \sin \omega t] d\omega \quad (7.7)$$

desarrollando el término coseno de la diferencia. Notar que la ecuación (7.7) expresa el desarrollo en serie de la función  $f(t)$ , dado por la ecuación (6.1), cuando cambiamos el sumatorio por la integral, bajo las condiciones consideradas para obtener las expresiones (7.6). Así cuando más adelante designemos las cantidades  $(a,b)$ , como parte real e imaginaria, respectivamente, de cierta función compleja  $F(\omega)$ , no estaremos introduciendo cantidades cuyo significado sea desconocido para nosotros.

Como último paso para llegar a la expresión de la transformada de Fourier, definimos:

$$\sin \varphi(\omega) = \frac{-b(\omega)}{\sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}}, \cos \varphi(\omega) = \frac{a(\omega)}{\sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}} \quad (7.8)$$

que llevadas a la ecuación (2.7) nos permiten escribir:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} [\cos \varphi(\omega) \cdot \cos \omega t - \sin \varphi(\omega) \cdot \sin \omega t] \cdot d\omega \quad (7.9)$$

expresión que se puede simplificar considerando que:

$$\cos A \cos B - \sin A \sin B = \cos(A+B); \cos \theta = (e^{i\theta} + e^{-i\theta}) / 2$$

escribiendo:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} \cdot (e^{i[\omega t + \varphi(\omega)]} + e^{-i[\omega t + \varphi(\omega)]}) \cdot d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} \cdot e^{i[\omega t + \varphi(\omega)]} \cdot d\omega + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} \cdot e^{-i[\omega t + \varphi(\omega)]} \cdot d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} \cdot d\omega \end{aligned} \quad (7.10)$$

En la que podemos identificar fácilmente la función compleja  $F(\omega)$ :

$$\begin{aligned} F(\omega) &= |F(\omega)| \cdot e^{i\varphi(\omega)} = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} \cdot e^{i\varphi(\omega)} = \\ &= \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} [\cos \varphi(\omega) + i \cdot \sin \varphi(\omega)] = \\ &= a(\omega) - i \cdot b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt \end{aligned} \quad (7.11)$$

Como consecuencia de las ecuaciones (7.10) y (7.11) podemos, finalmente, escribir la definición de la transformada directa e inversa de Fourier, junto las definiciones de espectro de amplitud y espectro de fase:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (7.12)$$

Transformada de Fourier directa

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega \quad (7.13)$$

Transformada de Fourier inversa

$$|F(\omega)| = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} \quad (7.14)$$

Espectro de Amplitud

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} \frac{-b(\omega)}{a(\omega)} + 2n\pi \quad (7.15)$$

Espectro de fase

Estas expresiones se calculan mediante la transformada rápida de Fourier (FFT), aplicándose para evaluar la presencia de patrones o ciclos en el comportamiento de las series temporales, ya que la FFT permite descomponer cualquier función periódica en una serie de armónicos, y las amplitudes de cada armónico se determinan por integrales en el intervalo de la función. Esta transformación sólo puede ser aplicada al estudio de sistemas lineales (estacionarios), donde existe una señal de entrada a un sistema lineal y una señal de salida correspondiente (respuesta) [20]. En casos de sistemas no estacionarios como océanos y atmósfera, podemos aplicar este análisis, asumiendo que el sistema es lineal y el tiempo invariante (o que varía muy lentamente), es decir, que el sistema tiene las mismas características ahora, en el pasado y en el futuro, [21] y [22].

Las fórmulas utilizadas dentro del proceso análisis en el presente estudio, fueron la Transformada de Fourier directa (7.12) y el espectro de Amplitud (7.14), donde  $f(t)$  es el registro o serie temporal ilustrado en la Figura 5 y es el espectro de amplitud correspondiente a dicha muestra temporal. Los cálculos se realizaron con el programa de *análisis de series temporales* [23], utilizando como datos de entrada los registros de oleaje muestreados cada hora desde 1995 hasta 2003, siendo seleccionados por ser series continuas de datos.

**6. RESULTADOS**

Mediante el Análisis espectral, descrito en la sección anterior, aplicado al registro ilustrado en la figura 5, hemos ob-

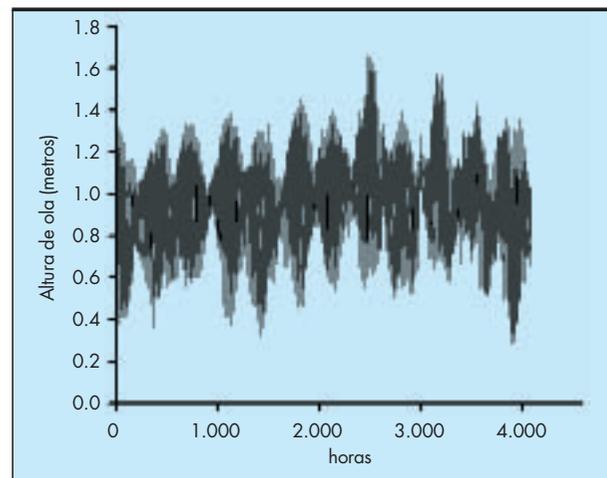


FIGURA 5. Ejemplo de altura del mar ( $f(t)$ ) registrada en el año 2003.

## ANÁLISIS ESPECTRAL DEL REGISTRO DE MAREA EN LA ESTACIÓN DE CEUTA

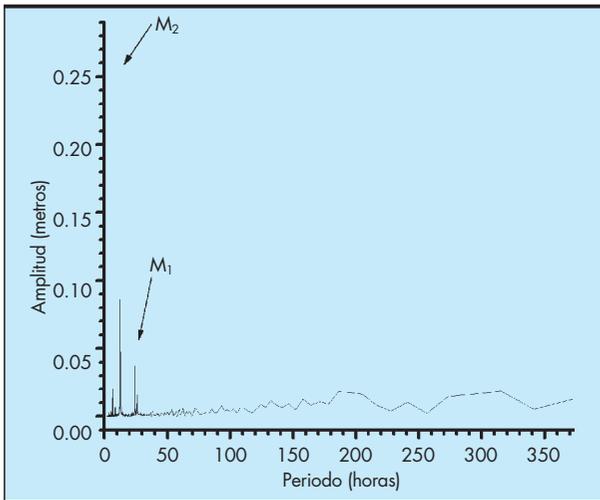


FIGURA 6. Espectro de amplitud representado en la figura 5.

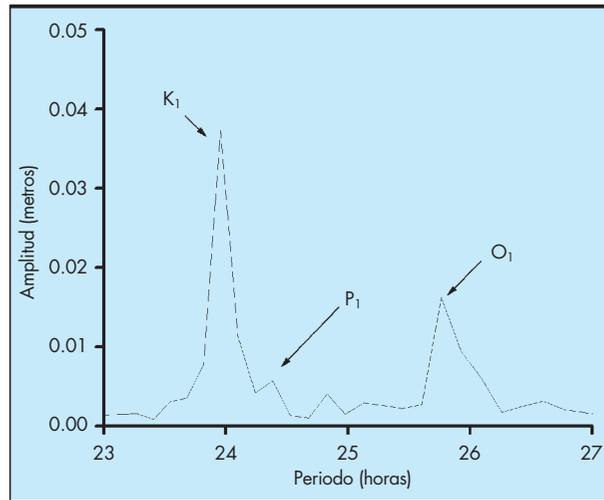


FIGURA 8. Componentes Diurnas.

tenido el espectro amplitud que se muestra en la figura 6, donde se encontró la presencia de mareas diurnas y semidiurnas. Estas mareas se encuentran bien identificadas en las figuras 7 y 8, en las cuales se ha presentado una selec-

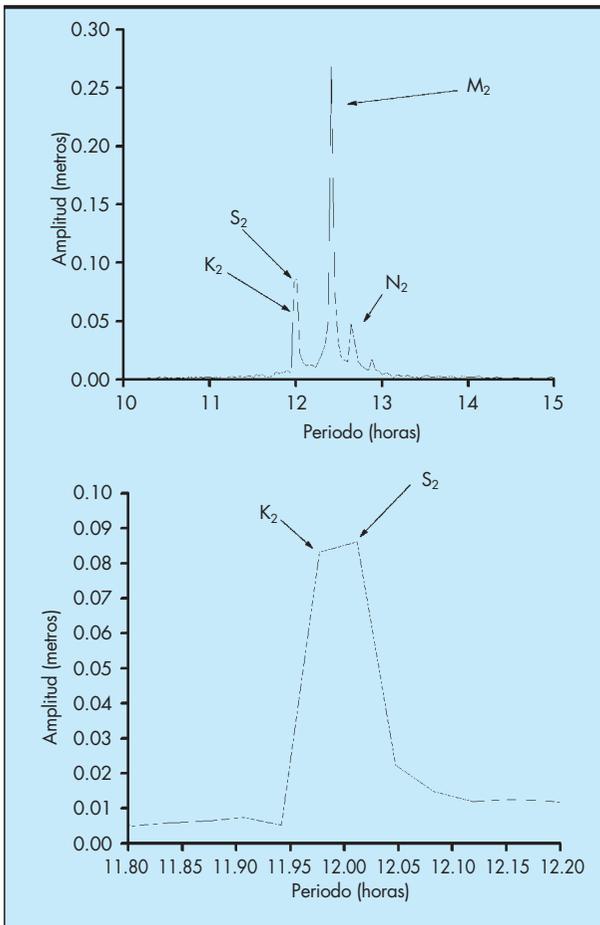


FIGURA 7. Componentes Semidiurnas.

ción obtenida de la Figura 6. En la figura 7 se han representado las componentes de marea semidiurnas (con periodo de 12 horas, aproximadamente). En la figura 8 se han representado las componentes diurnas de nuestra muestra temporal (con periodo de 24 horas, aproximadamente). Las amplitudes de las distintas componentes de marea encontradas se muestran en la Tabla 2, para todo el periodo de años considerado en este estudio (desde 1995 hasta 2003). La nomenclatura utilizada para la identificación de mareas está acorde con la bibliografía especializada [4].

## 7. CONCLUSIONES

La periodicidad de los componentes marea semidiurnos solares está entre 11.97 y 12.01 horas, mientras que los lunares están entre 12.41 y 12.64 horas. Esto supone que los componentes de marea semidiurnos solares tienen menor periodo que los lunares. En cambio, es interesante notar que hemos obtenido una periodicidad para el componente de marea diurno solar de 24.09 horas, mientras que los componentes diurnos lunares son de mayor y menor periodo. Así, vemos que los componentes de marea solares diurnos y semidiurnos no tienen el mismo comportamiento.

Se observa en la figura 6 y en la Tabla 2, que el componente de marea dominante del espectro de amplitud es el  $M_2$  (semidiurno lunar). La amplitud de las mareas presenta pequeñas diferencias anuales que sugieren tendencias estables a disminuir o a crecer, según que componente de marea consideremos. Los componentes de marea semidiurnos lunares tienden a disminuir de amplitud, a lo largo del periodo analizado, mientras que los solares más o menos se mantienen ( $S_2$ ) o aumentan ( $K_2$ ). Respecto a los diurnos, los componentes lunares ( $K_1$ ) y ( $O_2$ ) tienden a aumentar de amplitud, mientras que los solares ( $P_1$ ) se mantienen casi en la misma amplitud. Se observa que el comportamiento de los componentes diurnos y semidiurnos es opuesto, cuando unos crecen los otros disminuyen. Dado que son componentes de distinto periodo podrían estar afectados por fenómenos de distinta naturaleza. Esto sugiere mayores investigaciones para verificar si el cambio climático, u otro agente, son responsables de este comportamiento.

## ANÁLISIS ESPECTRAL DEL REGISTRO DE MAREA EN LA ESTACIÓN DE CEUTA

Origen		Semidiurnas				Diurnas		
		Lunar	Solar	Lunar	Solar	Lunar	Lunar	Solar
Símbolo		M <sub>2</sub>	S <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>1</sub>	O <sub>1</sub>	P <sub>1</sub>
Periodo (horas)		12.41212	12.01173	12.64197	11.97660	23.95322	25.76101	24.09411
1995	Amplitud (m)	0.28085	0.08732	0.04138	0.06897	0.03189	0.01241	0.01268
1996		0.28236	0.09451	0.05133	0.06398	0.03274	0.01255	0.01289
1997		0.27360	0.08900	0.05309	0.06358	0.03193	0.01265	0.01310
1998		0.27429	0.07878	0.04364	0.07083	0.03263	0.01214	0.01317
1999		0.27992	0.08510	0.04606	0.07484	0.03209	0.01253	0.01284
2000		0.27819	0.09355	0.04465	0.07005	0.03460	0.01518	0.01400
2001		0.27256	0.08669	0.04924	0.07605	0.03755	0.01744	0.01319
2002		0.27071	0.08081	0.04321	0.08502	0.03785	0.01345	0.01384
2003		0.26843	0.08617	0.04758	0.08325	0.03729	0.01625	0.01137

TABLA 2. Amplitudes de las componentes de marea diurnas y semidiurnas.

## 8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) (2000). *Tidal datums and their applications*. Maryland. USA. US Department of Commerce. 132p.
- [2] Tel. E. García. E. (2002). *Variabilidad regional del nivel medio del mar en el Estrecho de Gibraltar*. Madrid. Instituto Español de Oceanografía.
- [3] Moritz H. *Cursillos de Geodesia Superior*. Instituto Geográfico Nacional. Madrid 1984.
- [4] Torge, W. Sevilla, M. Vieira, R. (1988.) *V Curso de Geodesia Superior*. Madrid. Instituto de Astronomía y Geodesia.
- [5] Tel. E. García. E. (2001). *Mean sea level changes along the northern Iberian Peninsular coast*. Madrid. Instituto Español de Oceanografía.
- [6] Pistek. P. La Violette. P. (1996). *Observations of the suppression of tide-generated nonlinear internal wave packets in the Strait of Gibraltar*. USA. Journal of Marine Systems. 20. 112 – 128.
- [7] Tel. E. García. E.. (2003). *Nivel del mar en las costas españolas y su relación con el clima*. Madrid. Instituto Español de Oceanografía.
- [8] Osuna. P. Monbaliu. J. 2004. *Wave current interaction in the Southern North Sea. Belgium*. Journal of Marine Systems. 52. 65 – 87.
- [9] Small. J. (2000). *Internal tide transformation across a continental slope off Cape Sines. Portugal*. United Kingdom. Journal of Marine Systems. 32. 43 – 69.
- [10] Baker T.F., Woodworth P.L., Blewitt G., Boucher C. , Wijppelmann G. *A European network for sea level and coastal land level monitoring*. Journal of Marine Systems 13 (1997) 163-171.
- [11] WANG Zhi-qiang, WU Bin, ZHOU Xu-hua, LI Jun. *Effect of Ocean Tides on the Determination of Zenith Delay*. Chinese Astronomy and Astrophysics 27 (2003) 463-469.
- [12] Puertos del Estado (2006). *Boya de Ceuta (en línea)*. Madrid. Consultado 2 jun 2006. Disponible en: <http://www.puertos.es>
- [13] Autoridad Portuaria de Ceuta (2006). *Puerto de Ceuta (en línea)*. Ceuta. ES. Consultado 2 jun 2006. Disponible en: <http://www.puertodeceuta.com>
- [14] García. M. Tel. E. Molinero. J. (2001). *Sea Level Observing System in the west-western Mediterranean. in the pursuit of the long-term changes in sea level*. Madrid. Instituto Español de Oceanografía.
- [15] Martínez. C. (2001). *La Red Española de Medida y Registro de Oleaje (REMRO). Un proyecto en continuo desarrollo*. Ingeniería Civil. 121.117-124.
- [16] Instituto Español de Oceanografía (IEO). *Red de Información de datos oceanográficos (en línea)*. Madrid. Es. Consultado 2 jun 2006. Disponible en: [http://indamar.ieo.es/mareas/formulario\\_datos.htm](http://indamar.ieo.es/mareas/formulario_datos.htm)
- [17] Cañada Villar A. 1994. *Series y transformada de Fourier y Aplicaciones*. Vol I. Ed. Universidad de Granada. 187 p.
- [18] Koopmans. L. (1995). *The spectral analysis of time series*. San Diego. USA. Academic Press. 366p.
- [19] Priestley. M. (1996). *Spectral análisis and time series*. London. Academia Press. 890p.
- [20] Marsden. J. Ed. (1998). *Numerical Methods for wave equations in geophysical fluid dynamics*. New York. Springer-Verlag New York incorporated. 465p.
- [21] Falnes. J. (2002) *Ocean Waves and oscillating systems*. Cambridge. Cambridge University Press. 275p.
- [22] Allen. R. Mills. D. (2004). *Signal analysis: Time, frequency, scale and structure*. New Jersey. John Wiley & Sons. Incorporated. 937p.
- [23] Corchete, V. *Análisis de series temporales* ; disponible en <http://airy.ual.es/www/programas.htm>.